



**Concursul de matematică aplicată “Adolf Haimovici”  
profil servicii, tehnologic, științe ale naturii  
Etapa locală - 20 februarie 2015**

**Clasa a XI-a**

1. a) Să se calculeze determinantul  $\Delta = \begin{vmatrix} 23035 & 23045 \\ 12015 & 12025 \end{vmatrix}$ .

b) Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Să se calculeze  $A^{2015}$ .

2. Fie punctele  $P_k(a_k, b_k)$ ,  $k = 1, 2, 3$  și matricea  $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ .

a) Să se calculeze  $A \cdot {}^tA$  știind că  $P_1(1, 2)$ ;  $P_2(2, 4)$ ;  $P_3(-3, -6)$

b) Să se demonstreze că  $\det(A \cdot {}^tA) \geq 0$ , oricare ar fi punctele  $P_1, P_2, P_3$ .

3. Să se calculeze limitele:

a)  $l_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x^2}$ ;

b)  $l_2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x \cdot \dots \cdot \cos nx}{x^2}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

4. Se consideră funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + \sqrt{bx^2 + cx - 1}$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ . Să se determine parametrii  $a, b, c \in \mathbb{R}$  astfel încât dreapta  $y = 2x + 1$  să fie asimptotă oblică la  $+\infty$ , iar dreapta  $y = -1$  să fie asimptotă orizontală spre  $-\infty$ .

**NOTĂ**

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.